Ecole Supérieure de Gestion **1988**

CONCOURS FORMULE GENERALE **EPREUVE DE MATHEMATIQUES II**

DUREE : 3 HEURES **COEFFICIENT : 2**

(Toutes les probabilités calculées dans ce problème seront données sous forme de fractions irréductibles).

Une société organise tous les jours le jeu suivant :

Il s'agit pour un joueur de choisir une carte à piques parmi les huit cartes à piques qui sont : l'as, le roi, la dame, le valet, le dix, le neuf, le huit, le sept.

Une carte à coeur parmi les huit cartes à coeurs qui sont :l'as, le roi, la dame, le valet, le dix, le neuf, le huit, le sept.

Une carte à carreau parmi les huit cartes à carreaux qui sont : l'as, le roi, la dame, le valet, le dix, le neuf, le huit, le sept.

Une carte à trèfle parmi les huit cartes à trèfles qui sont : l'as, le roi, la dame, le valet, le dix, le neuf, le huit, le sept.

On appellera jeu du joueur, les 4 cartes qu 'il a choisi.

Pour jouer à ce jeu, le joueur paie à la société 10 Francs, ces dix francs sont appelés mise du joueur.

A la fin de la journée la société effectue un tirage en choisissant de manière équiprobable une carte parmi les huit cartes à piques mentionnées ci-dessus, une carte à coeur parmi les huit cartes à coeurs mentionnées ci-dessus, une carte à carreau parmi les huit cartes à carreaux mentionnées ci-dessus, une carte à trèfle parmi les huit cartes à trèfles mentionnées ci-dessus.

Si un joueur a dans son jeu exactement 2 des 4 cartes du tirage, la société paie à ce joueur deux fois sa mise.

Si un joueur a dans son jeu exactement 3 des 4 cartes du tirage, la société paie à ce joueur 30 fois sa mise.

Si un joueur a dans son jeu les 4 cartes du tirage, la société paie à ce joueur 1000 fois sa mise.

Dans les autres cas, la société ne paie rien du tout au joueur et celui-ci perd évidemment sa mise.

PARTIE A

1°) Un joueur joue à ce jeu un jour, on désigne par X_1 la variable aléatoire égale au gain algébrique de ce joueur après résultat du tirage.

Déterminer la loi de la probabilité de X_1 , calculer l'espérance mathématique de X_1 et la variance de X_1 .

2°) Un joueur joue à ce jeu deux jours de suite. Soit X_2 la variable aléatoire égale au gain algébrique de ce joueur après résultats des deux tirages.

a) Déterminer la loi de la probabilité de la variable aléatoire X_2

b) Déterminer la loi de la probabilité de la variable aléatoire $X_2 - X_1$

(X_1 étant le gain algébrique du joueur après résultat du premier tirage)

c) calculer l'espérance mathématique de X_2 et la variance de X_2

3°) Soit n un entier naturel $n \geqslant 2$, un joueur joue n jours de suite à ce jeu. Pour i entier naturel avec $1 \leqslant i \leqslant n$, on désigne par X_i le gain algébrique du joueur après résultats des i premiers tirages.

a) i étant un entier naturel avec $2 \leqslant i \leqslant n$, déterminer la loi de $X_i - X_{i-1}$

b) déterminer en fonction de n l'espérance mathématique de X_n et la variance de X_n

c) on suppose $n \geqslant 3$. Calculer les probabilités des évènements $X_3 < 0$; $X_3 > 10$.

PARTIE B Soit λ un entier naturel non nul.

On suppose que le nombre de joueurs participant à ce jeu un jour donné est une variable aléatoire Y prenant ses valeurs dans $\mathbb{N}$ et dont la loi de la probabilités de Y vérifie les relations suivantes :

$$p\left[Y = 0\right] = e^{-\lambda}$$ et pour tout entier k non nul :

$$p\left[Y = k\right] = \frac{\lambda}{k} p\left[Y = k - 1\right]$$

$p\left[Y = k\right]$ désigne la probabilité de l'évènement $Y = k$

1°) Déterminer la loi de la probabilité de Y et calculer l'espérance mathématique de Y.

2°) Soit $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ la suite telle que $\forall k \in \mathbb{N}$ $a_k = p\left[Y = k\right]$
Déterminer le plus grand terme de cette suite.

3°) Soit Z la variable aléatoire égale au nombre de joueurs a qui la société paie à chacun 20 Francs.

- pour k entier naturel, déterminer la loi de la probabilité de Z sachant que Y=k

4°) Déterminer la loi conjointe du couple (Y, Z).

5°) Déterminer la loi de la probabilité de Z et calculer l'espérance mathématique de Z.

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail